

สรุปทฤษฎีกราฟ by Chalet16(.com)

จุดยอด(vertex) เขียนเป็น $V(G)$

เส้นเชื่อม(edge) เขียนเป็น $E(G)$

ประชิด

ให้ u กับ v เป็นจุดที่มีเส้นถึงกัน จะได้

- u เป็น **จุดยอดประชิด (adjacent vertices)** กับ v
- จุดยอด u **เกิดกับ (incident)** เส้นเชื่อม e
- เส้นเชื่อม v **เกิดกับ (incident)** จุดยอด v

(และในทางตรงข้าม...)

เส้นสองเส้นที่มีจุดร่วมกันอย่างน้อยหนึ่งจุด เรียกว่าเส้นสองเส้นนั้น **ประชิด** กัน(แต่เส้นไม่ประชิดกับตัวเอง)

ประเภทกราฟ

วงวน(loop) = เส้นที่วนหาตัวเอง

เส้นสองเส้นเชื่อมจุดยอดคู่เดียวกันเรียก**เส้นขนาน (parallel edges)**

กราฟมีวงวนหรือเส้นขนานมั้ย

- มี: **กราฟหลายเชิง (multigraph)**
- ไม่มี: **กราฟเชิงเดียว/กราฟอย่างง่าย (single graph)**

ดีกรี

ดีกรี (degree) เขียนเป็น $\deg(u)$ แทนจำนวนเส้นที่ต่อกับจุด u

- เป็นจำนวนคู่เรียก u ว่า**จุดยอดคู่ (even vertex)**
- เป็นจำนวนคี่เรียก v ว่า**จุดยอดคี่ (odd vertex)**
- เป็น 0 เรียก **จุดยอดเอกเทศ (isolated vertex)** – ไม่ต่อกับอะไรเลยนั่นเอง

ผลรวมดีกรีของทุกจุดยอดในกราฟเป็น 2 เท่าของจำนวนเส้น (ชัดเจน! เส้นเชื่อม 2 จุดเสมอ)

ทุกกราฟจะมีจำนวนจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่ (จากข้างบน ผลรวมเป็นจำนวนคู่ดังนั้นต้องมีคี่ตัวถึงจะได้)

เดินๆๆๆ

	สิ้นสุดจุดเดิม	สิ้นสุดคนละจุด	ซ้ำจุด	ซ้ำเส้น
แนวเดิน (walk)	✓	✓	✓	✓
แนวเดินปิด	✓	✗	✓	✓
แนวเดินเปิด	✗	✓	✓	✓
รอยเดิน (trail)	✓	✓	✓	✗
วิถี (path)	✗	✓	✗	✗
วงจร (trail)	✓	✗	✓	✗
วิถีปิด/วัฏจักร (cycle)	✓	✗	(ยกเว้นจุดสิ้นสุดกับจุดเริ่ม)	✗

แนวเดินซัด (trivial walk) คือแนวเดินที่ไม่มีเส้นเลย

แนวเดินซัดไม่ใช่วงจร (นิยาม)

กราฟเชื่อมโยง (connected graph) คือสำหรับทุกจุดหาทางไปจุดอื่นได้ (ต่อกันหมดนั่นเอง)

ออยเลอร์

กราฟออยเลอร์ (Eulerian graph) คือกราฟที่หา**วงจร**ที่ผ่านทุกจุดทุกเส้นได้ โดยกราฟจะเป็นกราฟออยเลอร์เมื่อ

- เป็นกราฟเชื่อมโยง
- มีเส้นเชื่อม
- ดีกรีทุกจุดเป็นจำนวนคู่

รอยเดินออยเลอร์ (Eulerian trail) คือ **รอยเดินเปิด**ที่ผ่านทุกเส้นของกราฟ จะมีในกราฟเมื่อ

- เป็นกราฟเชื่อมโยง
- มีจุดยอดคือ 2 จุด (จุดหนึ่งจะเป็นจุดเริ่มอีกจุดเป็นจุดจบ)

กราฟถ่วงน้ำหนัก

น้ำหนักของกราฟเขียนแทนด้วย $n(E)$

วิถีสั้นสุดจาก A ไป B คือวิถีที่น้ำหนักของทุกเส้นเชื่อมในวิถีรวมกันน้อยที่สุด

ต้นไม้แผ่ทั่วน้อยที่สุด

กราฟย่อย (subgraph) ของกราฟ G คือกราฟที่เซตของ Vertex และ Edge เป็นสับเซตของกราฟ G

ต้นไม้ (tree) คือกราฟเชื่อมโยงที่ไม่มีวัฏจักร

ต้นไม้แผ่ทั่ว (spanning tree) ของ G คือ ต้นไม้ที่เป็นกราฟย่อยและมีทุกจุดของ G

ต้นไม้แผ่ทั่วน้อยที่สุด (minimum spanning tree) คือ ต้นไม้แผ่ทั่วที่ผลรวมของน้ำหนักเส้นเชื่อมน้อยที่สุด

ระวัง!

- กราฟย่อยเลอร์ไม่มีรอยเดินออยเลอร์ (รอยเดินออยเลอร์ต้องเป็นรอยเดินเปิด กลับมาซ้ำจุดไม่ได้)
- วิธีปิดไม่เป็นวิธี (เพราะวิธีปิดกลับมาซ้ำที่จุดเดิม)

© 2012 Chalet16.com - This work is licensed under the Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Thailand License.

To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/th/> or send a letter to Creative Commons, 444 Castro Street, Suite 900, Mountain View, California, 94041, USA.